

# 基于LM算法的飞机大部件 对接位姿计算方法

何晓煦<sup>1,2</sup>,石章虎<sup>1,2</sup>,曾德标<sup>1,2</sup>,雷沛<sup>1,2</sup>,刘长明<sup>1,2</sup>

(1. 航空工业成都飞机工业(集团)有限责任公司,成都 610092;

2. 四川省航空智能制造装备工程技术研究中心,成都 610092)

[摘要] 在使用数控定位器为支撑的飞机大部件对合中,准确求出大部件的位姿是保证大部件能够精确对合的基础。为了减少大部件位姿拟合误差,通过激光跟踪仪测量大部件上4个关键测量点,提出一种依据不同测量点的位置精度要求而合理分配权值,并基于LM迭代的最小二乘法进行大部件位姿矢量拟合的方法。该方法具有收敛速度快、拟合误差小的优点,是一种很好的解决大部件位姿矢量精确估计的方法。

关键词: 大部件对接;位姿矢量拟合;LM算法;最小二乘法;激光跟踪仪

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2019.08.044



何晓煦

硕士,助理工程师,研究方向为数字化柔性装配技术。

随着国产大飞机的研制进入新阶段以及批量化生产任务的推进,航空制造业对于飞机制造的质量和效率等方面的要求越来越高,传统的依靠专用型架和手工装夹的飞机装配模式已不能适应高精度、高质量和快

速生产的制造要求<sup>[1]</sup>。大部件数字化对接作为一种集数控定位器、快速测量系统和集成控制系统于一体的自动化装配系统<sup>[2-3]</sup>,其高可靠性、高效率的特点,使其取代传统飞机装配方式成为必然趋势<sup>[4]</sup>。其中,准确求出大部件的位姿矢量是飞机大部件数字化精确对接的基础。

罗芳等<sup>[5]</sup>将三点法的计算结果作为最小二乘法的初值,能够加快计算速度,同时增强了结果的收敛性,结果证明了拟合误差与测量点数量和测量误差大小的有关。俞慈君等<sup>[6]</sup>提出一种采用多目标优化模型的带工程约束的点匹配算法,并用牛顿法简化为一个通用非线性优化模型。文献<sup>[7]</sup>通过测量大部件上多个测量点并分配不同的权值进行误差分配优化,并通过最小二乘法估计位姿矢量,能够拟合出一定误差范围内的位姿评估值。

本文提出一种以飞机大部件上

4个关键测量点为调姿依据的方法,对于每个点精度要求不同的特点合理分配权值,并通过LM迭代的最小二乘法拟合大部件的位姿误差矢量,利用激光跟踪仪测量得到的现场大部件对接数据进行算法验证。

## 坐标系的建立

在飞机大部件对接时,如图1所示,存在两个坐标系:一个是与飞机坐标系相对位置关系确定的对接坐标系,对接坐标系由设计决定,位置固定不变;另一个是固连在大部件上的部件坐标系,部件坐标系随着大部件的运动而变换。选取的测量点相对于部件坐标系的位置关系已知,只要得到测量点相对于对接坐标系的坐标值,即可拟合出大部件的位姿矢量。将位姿矢量转换成数控定位器的位移后,大部件通过数控定位器的移动完成姿态调整,理想状态下,可以认为大部件对合时部件坐标系

和局部坐标系完全重合。

为了准确求得大部件的位姿矢量,选用合适的数字化测量系统尤为重要,目前有许多针对大尺寸空间的数字化精密测量系统<sup>[8]</sup>,其中激光跟踪仪由于其测量精度高和测量范围大的特点而在飞机大部件对合中应用较多。同时,在利用激光跟踪仪进行测量点实际位置的测量时,对接坐标系通常无法直接得到,需要经过控制点的测量拟合并进行坐标系变换得到。

如图2所示,用激光跟踪仪测量工装上的光学工具球点(Optical Tooling Points, OTP)利用激光跟踪仪配套的SA(Spatial Analyzer)软件拟合出飞机坐标系。由于在设计时,飞机坐标系与两部件之间的对接坐标系的相对位置关系已经确定,因此在拟合出飞机坐标系之后,通过坐标系的平移变换即可得到对接坐标系。

### 测量点的位姿变换

将对接坐标系设置为激光跟踪仪的测量坐标系,测量大部件上的关键测量点的实际坐标,表示为:

$$E_i = (E_{ix}, E_{iy}, E_{iz}) \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

式中, $i$ 为第 $i$ 个测量点, $n$ 为测量点的个数。这些测量点在部件坐标系下的理论位置已知,表示为:

$$e_i = (e_{ix}, e_{iy}, e_{iz}) \quad (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

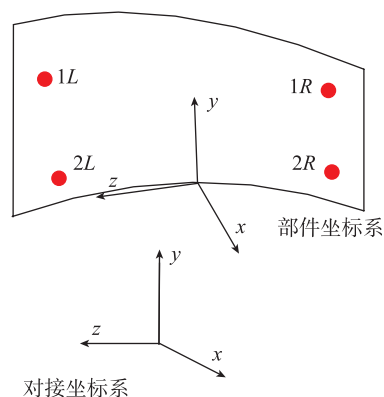


图1 部件坐标系与对接坐标系

Fig.1 Part coordinate system and docking coordinate system

对接坐标系和部件坐标系之间的位姿关系可以用矢量 $X$ 表示:

$$X = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \quad (3)$$

式中, $x, y, z$ 为部件坐标系原点在对接坐标系中的位置,用位置矢量 $T$ 表示:

$$T = [x, y, z] \quad (4)$$

$\alpha, \beta, \gamma$ 为部件坐标系相对于对接坐标系的欧拉角(先绕 $x$ 轴转动 $\alpha$ ,再绕 $y$ 轴转动 $\beta$ ,再绕 $z$ 轴转动 $\gamma$ ),用旋转矢量 $R$ 表示:

$$R = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha c\gamma & c\alpha c\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $c$ 表示 $\cos$ , $s$ 表示 $\sin$ 。

当经过数控定位器的协调运动,实现大部件之间的对接后,对接坐标系与部件坐标系完全重合,此时第 $i$ 个测量点在部件坐标系下的坐标与在对接坐标系中的坐标之间存在如下转换关系:

$$E_i = R e_i + T \quad (i=1, \dots, n) \quad (6)$$

### 位姿矢量模型

求解飞机大部件的位姿矢量 $X$ ,可以采用最小二乘法构建目标函数。但由定位器支撑和定位的大部件在进行数字化对合时,由于制造误差和容易产生弹性变形等影响<sup>[9]</sup>,无法保

证每个测量点都恰好重合,再加上每个测量点的位置精度要求往往不一致,这样可能造成部分测量点的位置准确度不够,而剩余部分测量点的位置准确度却产生富余。

为了避免这一现象的产生,提出采用4个测量点的拟合方法,这4个测量点分别在每个数控定位器相对合的飞机工艺接头上,如图1所示,分别分布于飞机大部件的前左、前右、后左、后右。并且确保在大部件处于拟合位置时,第1个测量点实际位置与理论位置完全重合,第2个测量点的位置准确度次之,第3个和第4个测量点的位置准确度要求一致,次于第2个测量点。因此引入权值 $w_i$ , $w_i$ 由位置精度要求决定,每个测量点在位姿变换拟合中所占的比值,决定了每个测量点对于拟合结果影响的大小。

对于上述权值分配方法,如何定义每个测量点的权值尤为重要。在大部件对合时,只有保证某一关键测量点所在的飞机工艺接头与对应的数控定位器完全对接,第2、第3、第4个点才能顺利地对接上。但是要做到某一点关键测量点位置精度实际值与理论值完全匹配是不可能的,为了将这个点的位置精度误差趋近0,采用不带权值的计算方法找到拟合误差最小的点,对这个点的权值

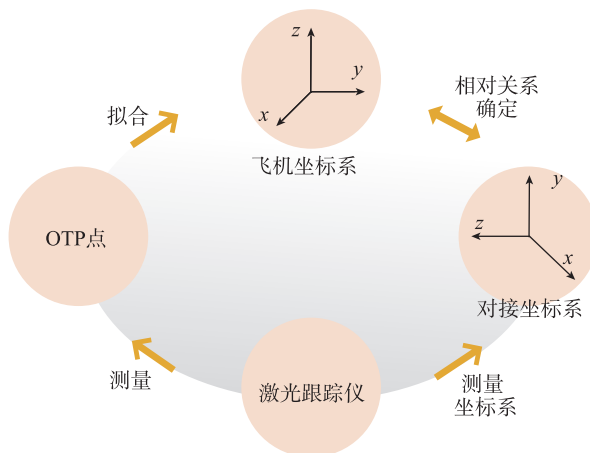


图2 坐标系的建立与变换

Fig.2 Establishment and transformation of coordinate system

分配应该最大,通过加权的方法能够进一步减小其拟合误差。这个权值最大点的相邻点(左或右)的权值应次之。

根据拟合误差 构建目标函数为:

$$\sum_{i=1}^n w_i \|R \cdot e_i + T - E_i\|^2 \quad (7)$$

即第  $i$  个测量点经过位姿变换后在  $x, y, z$  方向上的位置误差向量表示为  $F_i(X)$ :

$$F_i(X) = [f_{ix}(x) \quad f_{iy}(x) \quad f_{iz}(x)] \quad (8)$$

且有:

$$F_i(X) = R \cdot e_i + T - E_i \quad (9)$$

引入位姿误差向量  $\Delta X$ , 则位置误差  $F_i(X)$  可以写为:

$$F_i(X) = J_i \Delta X \quad (10)$$

式中,  $\Delta X$  为位姿矢量误差向量:

$$\Delta X = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z \quad \Delta \alpha \quad \Delta \beta \quad \Delta \gamma] \quad (11)$$

$J_i$  为  $3 \times 6$  的雅克比矩阵:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial x} & \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial y} & \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial x} & \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial y} & \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial x} & \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial y} & \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial \beta} & \frac{\partial f_{ix}(x)}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial \beta} & \frac{\partial f_{iy}(x)}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial \beta} & \frac{\partial f_{iz}(x)}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \quad (12)$$

### 加权的 LM 算法

式(10)的求解可以简化为形如  $Ax=b$  的线性方程组求解问题,可以用 LM 迭代的最小二乘法求解。LM 算法是高斯—牛顿法(Gauss-Newton, G-N)的改进形式<sup>[10]</sup>,不仅能快速收敛,而且具有梯度下降法的全局特性。对位姿矢量  $X$  等参数的初值进行初始化为 0,第  $k$  次的迭代过程如下:

(1) 计算第  $k$  次迭代的位置误

差向量  $F(X_k)$ 。

(2) 计算第  $k$  次迭代的雅克比矩阵  $J(X_k)$ 。

(3) 利用迭代的最小二乘法求出第  $k$  次迭代的位姿变换矢量的改变值  $\Delta X_k$ :

$$\Delta X_k = -[J^T(X_k)J(X_k) + \mu_k I]^{-1} J^T(X_k) F(X_k) \quad (13)$$

式中,  $\mu_k$  为第  $k$  次迭代的阻尼因子,  $I$  为单位矩阵。

(4) 更新位姿变换矢量:

$$X_{k+1} = X_k + \Delta X_k \quad (14)$$

(5) 更新位置误差向量  $F(X_{k+1})$ 。

(6) 更新阻尼系数:

$$\mu_{k+1} = \begin{cases} 0.001\delta, & \text{if } \|\Delta F(X_{k+1})\| \geq \|\Delta F(X_k)\| \\ 0.001/\delta, & \text{if } \|\Delta F(X_{k+1})\| < \|\Delta F(X_k)\| \end{cases} \quad (15)$$

$$2.5 < \delta < 10$$

重复以上步骤,即可得到位姿变换矢量  $X$ 。

### 算法验证

在 C919 大部件对接现场,根据前文的方法建立坐标系,并用激光跟踪仪测量出大部件上 4 个测量点的实际位置,即 4 个测量点相对于对接坐标系的点位坐标,它们相对于部件坐标系的理论位置是已知的,设计给定的权值为 0.7、0.2、0.05、0.05。

将 4 个测量点的理论位置和实际位置分别带入文献[7]中的最小二乘法和不带权值的 LM 迭代的最小

二乘法中,计算得到大部件位姿变换参数  $X$ ,  $X$  分解成平移向量  $T=[x, y, z]$  和旋转向量  $R'=[\alpha, \beta, \gamma]$  4 个测量点相对于部件坐标系的理论位置  $e_i$ , 经过位姿变换后,相对于对接坐标系的位置坐标为  $R'e_i + T'$ , 则测量点的拟合误差可以表示为:

$$\Delta L = R'e_i + T' - E_i \quad (16)$$

式中,  $E_i$  为激光跟踪仪测量出的测量点相对于对接坐标系的实际值。由此可得每个测量点在  $x, y, z$  方向上的拟合误差,通过式(17)得到每个点的绝对拟合误差:

$$\Delta = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (17)$$

由式(17)计算得到不加权的 LM 算法绝对拟合误差如表 1 所示,测量点 2L 拟合精度最高,测量点 2R 拟合精度次之,1L 和 1R 测量点拟合精度最低,因此可对 2L、2R、1L、1R 分别分配最高、次高、最低、最低的权值。

将测量点的实际位置和理论位置以及权值带入加权的 LM 迭代的最小二乘法中,误差范数与迭代次数的关系如图 3 所示,当迭代到第 300 次时,误差范数保持不变,已经收敛,此时误差范数为  $6.56 \times 10^{-5}$ ,拟合效果好。

根据加权的 LM 算法,收敛后的大部件位姿变换参数如表 2。

根据式(16)算出测量点在  $x, y, z$  方向上的位姿拟合误差如表 3 所示。

由式(17)算出测量点在加权的 LM 算法下的绝对拟合误差,作出拟

表1 不加权的LM算法绝对拟合误差与权值分配

Table 1 Absolute fitting error and weight assignment of unweighted LM algorithm

测量点	绝对拟合误差 /mm	$w_i$
1L	0.000674	0.05
1R	0.000499	0.05
2L	0.000239	0.7
2R	0.000391	0.2

合误差曲线图,与不加权的 LM 算法和文献 [7] 算法对比图如图 4 所示。

由图 4 可以看出,文献 [7] 的最小二乘算法在经过多次迭代后能够求出满足一定精度要求的位姿评估值,加权的 LM 算法迭代到第 300 次时收敛,误差范数为  $6.56 \times 10^{-5}$ 。文献 [7] 算法的绝对拟合误差在 0.01mm 以内,加权的 LM 算法绝对拟合误差都在 0.001mm 以内,提高了一个数量级,在拟合精度上的优势更加明显。

将图 4 放大得到图 5,分析比较加权与不加权的 LM 算法。不加权的 LM 算法迭代到第 3 次时收敛,误差范数为  $9.55 \times 10^{-4}$ ,比加权的 LM 算法大一个数量级。不加权的 LM 算法和加权的 LM 算法的绝对拟合误差均在  $10^{-4}$  数量级以内,加权的 LM 算法与不加权的 LM 算法相比,在微小牺牲 1L 和 1R 两个测量点拟合精度的情况下,进一步提高了测量点 2L 和 2R 的拟合精度,测量点 2L 的绝对拟合误差接近于 0,符合预期效果。

## 结论

(1) 本文提出一种以 4 个关键测量点为拟合依据的加权的飞机大部件位姿矢量估计方法,根据测量点的位置精度要求不同而分配不同的权值,并采用 LM 迭代的最小二乘法进行估计。

(2) 利用激光跟踪仪测量出的现场数据进行算法验证,验证结果表明该方法迭代速度快,拟合误差均在  $10^{-4}$  数量级内,对于解决飞机大部件位姿矢量估计提供一种快速准确的方法。

(3) 本文提出了先根据不加权的 LM 算法结果,按照每个测量点拟合精度的不同合理分配权值再进行加权计算的方法,但没有研究每个权值数值大小的依据或方法,该问题在今后的研究中可继续深入。

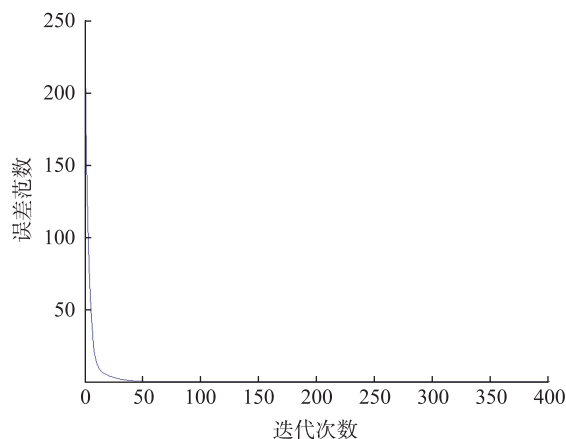


图3 误差范数与迭代次数的关系

Fig.3 Relation between error norm and iteration number

表2 拟合的位姿矢量误差

Table 2 Fitting posture vector error

x/mm	y/mm	z/mm	$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$
-299.86984	0.10913	-0.61373	-0.00347	-0.00638	-0.00057

表3 测量点拟合误差

Table 3 Fitting error of measurement point

测量点	x/mm	y/mm	z/mm
1L	$5.1146 \times 10^{-4}$	$2.5535 \times 10^{-4}$	$-6.2441 \times 10^{-4}$
1R	$4.1334 \times 10^{-4}$	$-1.9308 \times 10^{-4}$	$3.3560 \times 10^{-4}$
2L	$-1.5104 \times 10^{-5}$	$-1.5027 \times 10^{-5}$	$1.4546 \times 10^{-5}$
2R	$-1.7833 \times 10^{-4}$	$3.7027 \times 10^{-5}$	$1.3795 \times 10^{-5}$

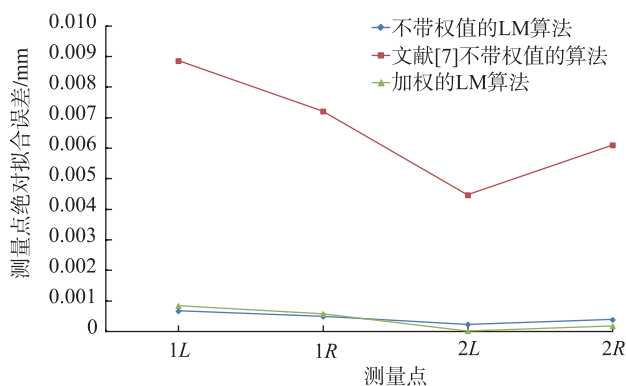


图4 加权、不加权的LM算法与文献[7]算法的误差曲线

Fig.4 Error curves of weighted and unweighted LM algorithms and the algorithm in literature [7]

## 参考文献

[1] 许国康,高明辉,侯志露,等.飞机大部件数字化对接关键问题及应用分析[J].航空制造技术,2013,56(22):26-29.

XU Guokang, GAO Minghui, HOU Zhixia, et al. Key problem and application analysis of digital alignment for aircraft large part[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2013, 56(22): 26-29.

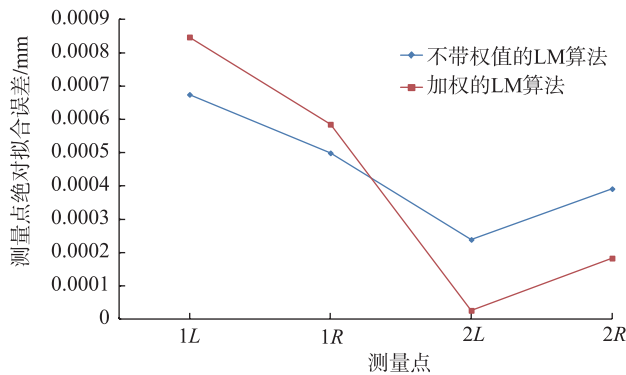


图5 不加权的LM算法与加权的LM算法误差曲线

Fig.5 Error curve of the unweighted LM algorithm and the weighted LM algorithm

[2] 侯志霞, 梁雪梅, 周万勇, 等. 飞机大部件自动对接集成控制技术研究 [J]. 航空制造技术, 2010, 53(23): 93-96.

HOU Zhixia, LIANG Xuemei, ZHOU Wanyong, et al. Integrated control technology of automatic butt for aircraft major part aeronautical manufacturing technology[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010, 53(23): 93-96.

[3] ZOU J. Indoor global positioning measurement system application for the aircraft flexible joint assembly[R]. New York: SAE Technical Paper, 2010.

[4] SHANG M D, BUTTERFIELD J, ARMSTRONG C. A flexible fixture for aircraft wing assembly based on a parallel kinematic machine (Exechon)[J]. SAE International Journal of Aerospace, 2011, 4(2): 839-849.

[5] 罗芳, 邹方, 周万勇. 飞机大部件对接中的位姿计算方法 [J]. 航空制造技术, 2011, 54(3): 91-94.

LUO Fang, ZOU Fang, ZHOU Wanyong. Posture calculating algorithm in large aircraft component butt[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2011, 54(3): 91-94.

[6] 俞慈君, 李江雄, 余锋杰, 等. 带工程约束的点匹配算法 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(5): 183-190.

YU Cijun, LI Jiangxiong, YU Fengjie, et al. 3D points registration algorithm with engineering constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5): 183-190.

[7] 王颖辉, 韩先国. 基于加权最小二乘法的大部件对接位姿评估算法研究 [J]. 航空精密制造技术, 2011, 47(5): 48-51.

WANG Yinghui, HAN Xianguo. Research on posture evaluation algorithm based on weighted least square for large part merging[J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2011, 47(5): 48-51.

[8] 杜福洲, 文科. 大尺寸精密测量技术及其应用 [J]. 航空制造技术, 2016, 59(11): 16-24.

DU Fuzhou, WEN Ke. Large-scale precision measurement technology and its application[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2016, 59(11): 16-24.

[9] 刘继红, 庞英仲, 邹成. 基于关键特征的飞机大部件对接位姿调整技术 [J]. 计算机集成制造系统, 2013, 19(5): 1009-1014.

LIU Jihong, PANG Yingzhong, ZOU Cheng. Adjusting position-orientation of large components based on key features[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2013, 19(5): 1009-1014.

[10] 王建梅, 覃文忠. 基于 LM 算法的 BP 神经网络分类器 [J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2005, 30(10): 928-931.

WANG Jianmei, QIN Wenzhong. BP neural network classifier based on LM algorithm[J]. Journal of Wuhan University (Information Science), 2005, 30(10): 928-931.

通讯作者: 何晓煦, E-mail: m15150671568@163.com.

## Posture Calculating Algorithm Based on LM Algorithm for Large Part Docking

HE Xiaoxu<sup>1,2</sup>, SHI Zhanghu<sup>1,2</sup>, ZENG Debiao<sup>1,2</sup>, LEI Pei<sup>1,2</sup>, LIU Changming<sup>1,2</sup>

(1. AVIC Chengdu Aircraft Industry Co., Ltd., Chengdu 610092, China;

2. Sichuan Aviation Intelligent Manufacturing Equipment Engineering Technology Research Center, Chengdu 610092, China)

**[ABSTRACT]** In the alignment of large parts of aircraft supported by numerical control localizer, the accurate orientation of large parts is the basis to ensure the accurate alignment of large parts. In order to reduce the error of the pose fitting of large parts, four key measurement points on large parts were measured by laser tracker. A method of fitting large parts pose vectors was proposed based on the position accuracy requirements of different measurement points. This method has the advantages of fast convergence speed and small fitting error, and is a good method to estimate the pose vector of large components accurately.

**Keywords:** Large parts docking; Fitting of posture vector; LM algorithm; Least square method; Laser tracker

(责编 铃兰)